Logic 1

Jack Betteridge

2/8/14

Propositional Rules of $\mathcal{F}_T$:

- Conjunction Introduction

n_1. $\mathsf{P_1}$
⋮
n_k. $\mathsf{P_k}$
⋮
▷ m. $\mathsf{P_1} \wedge \cdots \wedge \mathsf{P_k}$
$\wedge$ **Intro:** $n_1, \ldots, n_k$

- Conjunction Elimination

n. $\mathsf{P_1} \wedge \cdots \wedge \mathsf{P_i} \wedge \cdots \wedge \mathsf{P_n}$
⋮
▷ m. $\mathsf{P_i}$ $\wedge$ **Elim:** n

- Disjunction Introduction

n. $\mathsf{P_i}$
⋮
▷ m. $\mathsf{P_1} \vee \cdots \vee \mathsf{P_i} \vee \cdots \vee \mathsf{P_n}$
$\vee$ **Intro:** n

- Disjunction Elimination

n. $\mathsf{P_1} \vee \cdots \vee \mathsf{P_n}$
⋮
| a_1. $\mathsf{P_1}$
| ⋮
| a_k. S
⋮
| r_1. $\mathsf{P_n}$
| ⋮
| r_j. S
⋮
▷ m. S $\vee$ **Elim:** n, a_1–a_k, r_1–r_j

- Negation Introduction

| a_1 P
| ⋮
| a_k. $\bot$
▷ m. $\neg\mathsf{P}$ $\neg$ **Intro:** a_1–a_k

- Negation Elimination

n. $\neg\neg\mathsf{P}$
⋮
▷ m. P $\neg$ **Elim:** n

- $\bot$ Introduction

n. P
⋮
m. $\neg\mathsf{P}$
⋮
▷ l. $\bot$ $\bot$ **Intro:** n, m

- $\bot$ Elimination

n. $\bot$
⋮
▷ m. P $\bot$ **Elim:** n

- Conditional Introduction

| a_1. P
| ⋮
| a_k. Q
▷ m. $\mathsf{P} \to \mathsf{Q}$ $\to$ **Intro:** a_1–a_k

- Conditional Elimination

  $n.$ P → Q
  ⋮
  $m.$ P
  ⋮
  ▷ $l.$ Q → **Elim:** n, m

- Biconditional Introduction

  $a_1.$ P
  ⋮
  $a_k.$ Q
  ⋮
  $b_1.$ Q
  ⋮
  $b.$ P
  ⋮
  ▷ $m.$ P ↔ Q ↔ **Intro:** a_1–a_k, b_1–b_j

- Biconditional Elimination

  $n.$ P ↔ Q
  ⋮
  $m.$ P
  ⋮
  ▷ $l.$ Q ↔ **Elim:** n, m

- Reiteration

  $n.$ P
  ⋮
  ▷ $m.$ P **Reit:** n

First-order Rules of $\mathcal{F}$:

- Identity Introduction

  ▷ $n.$ x = x = **Intro**

- Identity Elimination

  $n.$ P(x)
  ⋮
  $m.$ x = y
  ⋮
  ▷ $l.$ P(y) = **Elim:** n, m

- General Conditional Proof

  $a_1.$ [c] P(c)
  ⋮
  $a_k.$ Q(c)
  ▷ ∀x(P(x) → Q(x))

- Universal Introduction

  $a_1.$ [c]
  ⋮
  $a_k.$ P(c)
  ▷ $m.$ ∀xP(x) ∀ **Intro:** a_1–a_k

- Universal Elimination

  $n.$ ∀xS(x)
  ⋮
  ▷ $m.$ S(c) ∀ **Elim:** n

- Existential Introduction

  $n.$ S(c)
  ⋮
  ▷ $m.$ ∃x S(x) ∃ **Intro:** n

- Existential Elimination

  $n.$ ∃x S(x)
  ⋮
  $a_i.$ [c] S(c)
  ⋮
  $a_k.$ Q
  ⋮
  $m.$ Q ∃ **Elim:** n, a_1–a_k